Prüfungsprotokoll
Kurs: Numerische Mathematik II (01372)
Datum: 20.12.2007, 9:30 Uhr, Dauer: ca. 30 min
Prüfer: HDoz. Dr. Felten
Beisitzer: kein Beisitzer
Note: 1,3

Herr Dr. Felten fragte mich zu Beginn der Prüfung, ob ich in der Numerik II ein Lieblingsthema hätte. Ich sagte, dass wir ruhig vorne anfangen könnten.
Fragen:

- **Wahlthema für den Einstieg: Banachscher Fixpunktsatz**
  - Satz wiedergegeben
  - Unaufgefordert Beweisidee genannt (Iterationsfolge ist Cauchyfolge, $\mathbb{K}^n$ ist vollständig, also ist die Iterationsfolge konvergent und der Grenzwert ist genau der Fixpunkt).
  - Abschätzungen erwähnt, sollte diese daraufhin aufschreiben und erklären, warum diese a-priori bzw. a-posteriori genannt werden (hatte alle drei erst falsch, hab sie dann mit Dr. Felten zusammen verbessert)
- **Wofür braucht man den Banachschen Fixpunktsatz?**
  - Iterative Bestimmung von Nullstellen.
  - Entweder die Gleichung ist schon in Fixpunktform $x = \varphi(x)$, dann kann der Satz direkt angewendet werden, oder man formt die Gleichung um.
- **Welche bekannte Verfahren gibt es da?**
  - Newton-Iteration erklärt. Sekantenverfahren, regular falsi und vereinfachtes Newton-Verfahren erläutert.
- **Wie konvergiert die Newton-Iteration?**
  - Quadratisch und lokal. Auf Nachfrage erklärt, was unter lokal zu verstehen ist.
- **Themenwechsel: QR-Zerlegung, mit welchen drei Verfahren kann man diese bestimmen?**
  - Orthogonalisierung der Matrixspalten nach Schmidt
  - Householder-Transformationen. Dabei musste ich erklären, warum die elementare hermitesche Matrix eine Matrix ist.
  - Jacobi-Rotationen im Reellen.
- **Direkte und indirekte Verfahren zur Eigenwertberechnung, durfte mir ein Verfahren aussuchen.**
  - Von Mises-Geihringer-Verfahren beschrieben, Hinweis auf Rayleigh-Quotienten gegeben.

  - Kurz erklärt, dass direkte Verfahren versuchen, die Matrix durch Ähnlichkeitstransformationen äquivalent auf eine besonders schöne Form zu transformieren, und dann die Eigenwerte als Nullstellen des einfacher aufzustellenden charakteristischen Polynoms mit Hilfe eines Iterationsverfahrens bestimmt werden können. Dabei Hermitesche Tridiagonalform, obere Hessenberg-Form und die Rekursionen für die charakteristischen Polynome dieser beiden besonderen Matrizen beschrieben (das charak. Polynom der Hessenberg-Form musste ich detailliert beschreiben).

- **Gehen wir direkt zu den Einschrittverfahren. Was versteht man unter Konsistenz?**
  - Definition als Differenz zwischen dem exakten rel. Zuwachs und der Verfahrensfunktion gegeben. Hierbei musste ich das z in $z(x+h)-y$ erklären. Hatte mir nur das $z := y$ aus dem Skript gemerkt und hatte das nicht richtig verstanden. Auch nach einigen Nachfragen konnte ich das nicht richtig erklären, Herr Dr. Felten hat es mir dann erklärt.

- **Mehrschrittverfahren: Wie sehen hier Konsistenz und Konvergenz aus und wie hängen sie zusammen?**
  - Definitionen von Konsistenz, Konvergenz und asymptotischer Stabilität gegeben. Konvergenz $\Leftrightarrow$ Konsistenz und asymptotische Stabilität.

- **Kurz zum SOR-Verfahren, was ist dabei die zugrundeliegende Idee und wie sieht der optimale Relaxationsparameter aus?**
  - Kurz erklärt, wofür man das Verfahren braucht (LGS, für die die Cholesky-Zerlegung bzw. das Einzel-/Gesamtschrittverfahren nicht brauchbar sind).
  - In jedem Iterationsschritt mittele ich den Wert aus dem Einzelschrittverfahren und dem vorherigen Iterationswert. Dr. Felten reichte bereits die Antwort, dass ich zwei Werte mittele.
  - Konvergenz beschrieben.
  - w^{opt} wie im Skript angegeben.

Ende

Allgemeiner Eindruck und Ablauf der Prüfung:
Herr Dr. Felten ist ein sehr freundlicher Prüfer und uneingeschränkt zu empfehlen. Für die Prüfung hatte er (genauso wie in der Numerik I) einen Stapel Karteikarten, auf denen wohl die wichtigsten Themen des Kurses draufstanden. Die Fragen waren vollkommen verständlich und man weiß jederzeit, worauf er hinaus möchte. Beweisideen wurden nicht gefragt, ich konnte aber einige im Vorbeigehen erwähnen. Ungenauigkeiten bei den Formeln oder der Formulierung fallen nicht ins Gewicht, solange man sie korrigieren kann. Wie auch schon in der Numerik I versucht Herr Dr. Felten alle Kurseinheiten zu prüfen, so dass in den hinteren Einheiten etwas flotter geprüft wird (oberflächlich möchte ich nicht sagen, aber es wird nur das Wichtigste gefragt, dies aber durchaus detailliert). Die Benotung geht vollkommen in Ordnung, die Formel des exakten rel. Zuwachses hatte ich nur auswendig gelernt und nicht wirklich verstanden. Hieran sieht man auch, dass man die Prüfung möglicherweise auch ohne das Aufschreiben von Formeln schaffen kann, Dr. Felten legt vielmehr sehr großen Wert auf das Verständnis und muss einzelne Formeln auch erst auf seinen eigenen Karten nachsehen. Da ich

nur eine Scheinprüfung abgelegt habe, habe ich eine 1,3 bekommen, bei einer Diplomprüfung hätte es wohl zwischen einer 1,3 und einer 1,7 geschwankt. Alles in allem ist Herr Dr. Felten als Prüfer wirklich uneingeschränkt zu empfehlen.